# 大規模地下空間構築時の 自律的情報化施工法開発へ向けた基礎研究

Data Oriented Control Method for Large-Scale Underground Space Construction

斉藤大雅 *
Taiga Saito

*先端社会基盤学研究室（指導教員：京谷孝史教授）

本研究では，大規模地下空間構築時の土留め壁のロバスト設計法およびリアルタイム制御システムの構築のための基礎研究として，壁の変位挙動を効率計算できる代理計算モデルの構築を行った．自立状態に着目した DMD 近似モデルの構築を基礎とし，様々なストラット配置状況への変換は，梁バネモデルの剛性マトリクスを用いることで，多様な条件化の代理計算を可能にするモデルを提案した．最後に，簡易な問題設定に基づいて，代理計算モデルの弾塑性法解への再現性の観点，ストラット配置の最適化計算に基づいて，最適設計への連結性の観点から有効性を検証した．

***Key Words:*** *Dynamic Mode Decomposition, reduced-order models, real-time control*

## 1. 研究の背景と内容

近年，都市部を中心に地下空間の利活用が進んでおり，その規模は年々大規模化している．地下空間構築時には，仮設の壁を設置し，ストラット等を配置することで，壁の安定性を確保する．この際，長時間広大な空間を確保すること（使用性）とともに，壁の倒壊等を防ぐこと（安全性）の両面の性能確保が求められる．加えて，壁背面の地盤の不均質性を全て把握することができないため，地盤由来の不確実性に対するロバスト性（鈍感さ）を有した構造設計が求められる．また，近年では，大規模地下空間構築に際しては，情報化施工を導入するのが一般的となっている．壁に設置した変位計から観測される情報に基づいて，施工中に種々の意思決定を逐次行うことが期待されている．しかしならが，現状は変位の管理レベルを設定して，異常性を検知するのみに用いられる．しかし，この観測情報を有効に活用すれば，1) ストラット配置位置と配置時刻, 2) ストラットからの強制荷重の大きさと載荷時刻，等の様々な判断を支援することができる可能性がある．

そこで，著者は大規模地下空間構築プロセスを不確実性下の意思決定問題と捉え，ロバスト設計法とリアルタイム制御システムを構築することを目指している．本論文では，この研究の基礎研究として，ストラット等支保工を含む壁構造の挙動を線形システムで近似する代理モデルの構築を行うことを目的とした．

## 2. 研究方法

### (1) 基本的な定式化

本研究では，下式の線形システムにより壁の変位を代替計算するモデルを構築する．

$$\frac{d}{dt}\mathbf{u} = \mathbf{A}^*\mathbf{u} + \mathbf{B}\mathbf{f} \tag{1}$$

ここで，$\mathbf{A}^* \in \mathbb{C}^{n\times n}$ は，壁の変位ベクトル $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^n$ の時間発展行列であり，$\mathbf{f} \in \mathbb{R}^n$ は壁の変形を抑制するための強制荷重ベクトルで，$\mathbf{B}$ は任意地点からの単位強制荷重に対する土留め壁変形ベクトルを並べた行列で $\mathbf{B} = \mathbf{H_w} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ である．なお，この行列は壁剛性から決定できるため，既知として取り扱うことができる．従って，線形システム代替モデル構築は，汎用的な壁の変位ベクトルの時間発展行列 $\mathbf{A}^*$ を定める問題に帰着する．

$\mathbf{A}^*$ は，地盤の非線形性の影響を受けることが考えられるため壁の変位レベルに依存することが想定される．また，無数の組み合わせが想定されるストラットの配置計画に依存するため，汎用的な行列を容易に定めることができない．そこで，本研究では，以下の過程に基づいて $\mathbf{A}^*$ を同定する．まず，ストラットが配置されていない壁の変位ベクトル $\mathbf{u_0}$ の時間発展行列 $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{n\times n}$ に着目する．数値解析もしくは壁に設置した変位ベクトルの時間発展データに基づいて，動的モード分解（DMD[1]）のプロセスにより得ることを基本とする．

$$\frac{d}{dt}\mathbf{u_0} = \mathbf{A}\mathbf{u_0} = \mathbf{\Phi}\mathbf{\Lambda}\mathbf{\Phi}^{-1}\mathbf{u_0} \tag{2}$$

ここで，$\mathbf{\Phi} \in \mathbb{C}^{n\times r}$ は低ランク近似した DMD モード，$r$ はランク数を表しているが，自立状態の壁の変位の挙動を対象とするため, $r = 1$ に近いと想定される．$\mathbf{\Lambda} \in \mathbb{C}^{r\times r}$ は $\mathbf{A}$ の固有値を対角項に並べた行列である．

次に，ストラットを配置した場合の壁変位ベクトル $\mathbf{u}$ の挙動をモデル化する．ここで，ある時刻 $k$ に壁に有効に作用する主働側圧ベクトル（以後，有効側圧と呼称）を $P_a{}^{(k)} \in \mathbb{R}^n$ とする．有効側圧ベクトル $P_a{}^{(k)}$ は，ストラットの配置に無関係であるから，壁変位ベクトルは下式で計算できる．

$$u_0{}^{(k)} = \mathbf{K_0}P_a{}^{(k)}; \qquad u^{(k)} = \mathbf{K}P_a{}^{(k)} \tag{3}$$

ここで, $\mathbf{K_0} = (\mathbf{K_w}+\mathbf{K_c}^{eq}) \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $\mathbf{K} = (\mathbf{K_w}+\mathbf{K_c}^{eq}+\mathbf{K_{st}}) \in \mathbb{R}^{n\times n}$ は，剛性マトリクスで，下付きの $w$ は壁，$c$ は地盤バネ，$st$ はストラットを意味する．なお，上付きの eq は等価線形を意味し，最適化法に基づいて時間依存しない剛性マトリクスを同定することを前提としている．以上の準備に基づいて，任意のストラット配置の変位挙動は下式により計算することができる．

$$\mathbf{u} = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{K_0}\mathbf{u_0} = \mathbf{T_k}\mathbf{u_0} \tag{4}$$

以上より，提案する線形システム代替モデルは下式に書き換えることができる．

$$\frac{d}{dt}\mathbf{u} = \mathbf{T_k}\mathbf{A}\mathbf{u_0} + \mathbf{H_w}\mathbf{f} \tag{5}$$

### (2) 地盤の不確実性を考慮したモデルへの拡張

不均質地盤シナリオ $i$ における時間発展行列を $\mathbf{A}_i$ とする．ここで，同じ諸元条件によって得られた代表 DMD モードを $\mathbf{\Phi}_{ref}$ とすると，$\mathbf{A}_i$ は下式で記述することができる．この変換を施すことにより，シナリオ間の $\mathbf{A}_i$ の違いは，対角行列 $\mathbf{\Lambda}'_i$ に集約することができる．

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_i &= \mathbf{\Phi}_i\mathbf{\Lambda}_i\mathbf{\Phi}_i^{-1} \approx \mathbf{\Phi}_{ref}\mathbf{\Phi}_{ref}^{-1}\mathbf{\Phi}_i\mathbf{\Lambda}_i\mathbf{\Phi}_i^{-1}\mathbf{\Phi}_{ref}\mathbf{\Phi}_{ref}^{-1} \\ &= \mathbf{\Phi}_{ref}\mathbf{\Lambda}'_i\mathbf{\Phi}_{ref}^{-1}\end{aligned} \tag{6}$$

ここで，$\mathbf{A}$, $\mathbf{\Lambda}'$ を確率変数として取り扱うため，改めて $\dot{\mathbf{A}}$, $\dot{\mathbf{\Lambda}}'$ と記載することにする．なお，この確率変数は，地盤シナリオを確率過程理論に基づいて乱数生成し，複数回の数値解析を実施することによりモデル化することとする．この数値解析に基づいて，$\dot{\mathbf{\Lambda}}'$ の期待値 $E[\dot{\mathbf{\Lambda}}']$ と分散 $Var[\dot{\mathbf{\Lambda}}']$ が得られると仮定すると，$\dot{\mathbf{A}}$ の期待値と分散は期待値の性質から簡便に計算することができる．

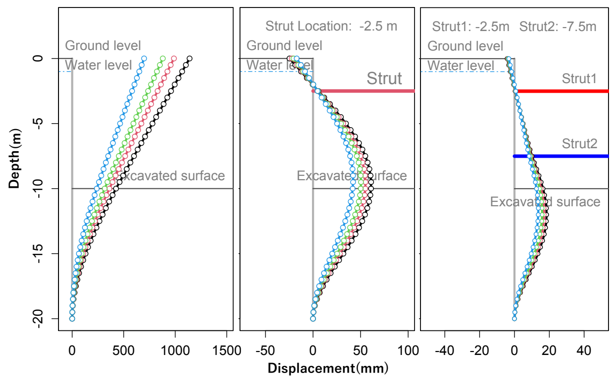
## 3. 研究結果

土留め壁長 $L$=20m，掘削が深度 $h$=10m まで完了している状態で，背面地盤上面に上載荷重 $q$ を 0〜30(kN/m$^2$) まで一定速度で増加させた場合を考える．また，地盤は確率過程理論に基づいてランダムに生成した 4 種類の地盤不均質シナリオを準備した．この条件に基づいて弾塑性法解析を行い壁の変位挙動を解析し，その結果に基づいて代理モデルを構築した．**図–1** は，4 種類の地盤モデルに対して代理モデルによる壁の変位分布図を示している．左図は自立状態，中図はストラット 1 段配置，右図はストラット 2 段配置の場合の挙動を示している．図中の点が代理モデル計算結果, 実線が弾塑性法解を示している．これより，代理モデルが適切に壁挙動を再現していることを確認した．

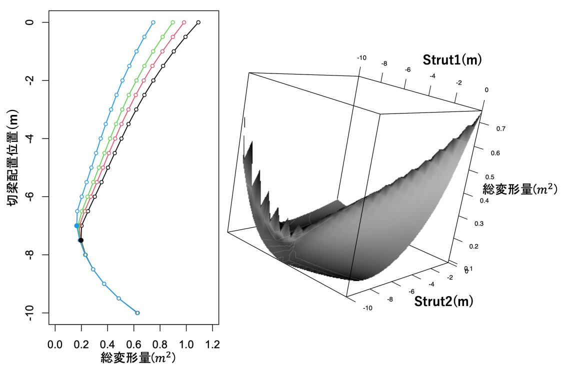
**図–2** は，提案する代理モデルを用いてストラット 1 段配置（左図），2 段配置（右図）の場合の最適配置を探索した結果を示した．総変形量（変位分布の積分値）の最小化を目的関数として，総当りで計算を行った．最適化手法に特別な工夫は施していないが簡便に最適化設計と連結できることを確認した．

## 4. 結論と今後の課題

本研究では，大規模地下空間構築時の仮設土留め壁のロバスト設計法およびリアルタイム制御システムの構築のための基礎研究として，壁の変位挙動を効率的に計算できる代理計算モデルの構築を行った．自立状態に着目した DMD に基づく線形近似モデルの構築を基礎とし，様々なストラット配置状況への変換は，梁バネモデルの剛性マトリクスを用いることで，多様な条件化の代理計算を可能にするモデルを提案した．最後に，簡易な問題設定に基づいて，提案手法の有効性を確認した．今後は，任意のストラット配置時の変位予測誤差の近似計算方法の開発を行いロバスト設計法への連結を試みる．さらには，逆解析モデルへ拡張し，壁の変位観測に基づいて逐次的に意思決定を行うモデルへ拡張する予定である．加えて，実際の大規模掘削工事データを用いた具体的な最適設計の事例研究を実施する予定である．




**図–1** 代理モデルによる土留め壁変位分布の計算結果




**図–2** 最適切梁配置の設計例

### 参考文献


1) J. Nathan Kutz, Steven L. Brunton, Bingni W. Brunton, and Joshua L. Proctor. *Dynamic Mode Decomposition: Data-Driven Modeling of Complex Systems*. SIAM-Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, USA, 2016.



**(2022 年 2 月 7 日 提出)**